ZADACI

I. RAZRED

1. **Komad papira razrežemo na četiri dijela. Neke od dobivenih dijelova ponovo razrežemo na četiri dijela i tako nastavimo. Možemo li na ovaj način dobiti 999 papirića? (Zadatak je riješen ako je dano valjano obrazloženje rješenja.)**

2. **Dana je jednadžba** $\frac{mx+2}{mx-2}=\frac{x}{x+1}$**, pri čemu je** m **realan parametar.**
   a) **riješi (uz diskusiju) danu jednadžbu**
   b) **za koje vrijednosti realnog parametra** m **rješenja** x **dane jednadžbe zadovoljavaju uvjet** $|x| \geq 1$ **?**

3. **Zadan je paralelogram ABCD. Nad stranicama** $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ **i** $\overline{DA}$ **konstruirani su kvadrati koji leže izvan paralelograma. Središte paralelograma, središte bilo koje njegove stranice i središte kvadrata, konstruiranog nad tom stranicom, su vrhovi trokuta.**
   a) **Dokazati da su svi takvi trokuti sukladni!**
   b) **Dokazati da je četverokut čiji su vrhovi središta tih kvadrata kvadrat!**

4. **Ako je** x **pozitivan broj takav da je** $x^2+\frac{1}{x^2}=7$**, odredi** $x^5+\frac{1}{x^5}$ **.**

II. RAZRED

1. **Riješi jednadžbu** $\frac{2}{x-1}-\frac{3}{x-2}-\frac{3}{x-3}+\frac{2}{x-4}=0$.

2. **Komad papira razrežemo na četiri dijela. Neke od dobivenih dijelova ponovo razrežemo na četiri dijela i tako nastavimo. Možemo li na ovaj način dobiti 999 papirića? (Zadatak je riješen ako je dano valjano obrazloženje rješenja.)**

3. **Naći sve realne vrijednosti** x **za koje je** $\frac{x}{x^2-5x+7}$ **cijeli broj.**

4. **Zadani su kružnica** k **i točka** O **izvan** k**. Tangente iz točke** O **na** k **diraju kružnicu u točkama** A **i** B**. Tetiva** BC **kružnice** k **usporedna je s** OA**. Spojnica** OC **siječe** k **u točki** D**. Pravac** BD **siječe** OA **u točki** E**. Dokažite da točka** E **raspolavlja dužinu** OA.

III. RAZRED

1. **Riješi jednadžbu:** $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin^4 2x + \cos^4 2x$.

2. **Ako je** AD **simetrala kuta** α **trokuta** ABC, $D \in \overline{BC}$, **dokaži da vrijedi** $\overrightarrow{AD} = \frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB} + \frac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}$, **pri čemu je** $b = |AC|$, $c = |AB|$.

3. **U jednakostranični stožac (s=2r) polumjera osnovke r upisana je kocka tako da joj jedna osnovka pripada osnovci stošca, a vrhovi gornje osnovke na plaštu su stošca. Kolika je duljina brida te kocke?**

4. **Riješi nejednadžbu:** $2 \cdot \log 2 + \left(1 + \frac{1}{2x}\right)\log 3 - \log\left(\sqrt[x]{3} + 27\right) > 0$.

IV. RAZRED

1. **Dokaži da je za svaki prirodan broj** n $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots + 2^{5n-1}$ **djeljiv s** 31.

2. **Prikaži u trigonometrijskom obliku broj** $z = 1 - \sin\alpha + i\cos\alpha$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

3. **Dokazati da produkt osam uzastopnih prirodnih brojeva ne može biti četvrti stupanj nekog prirodnog broja.**

4. **Za koje vrijednosti realnog parametra** a **je** $\sin^6 x + \cos^6 x + a\sin x\cos x \geq 0$ **za sve realne brojeve** x **?**

R J E Š E NJ A

I. RAZRED:

Zadatak 1.

Pri svakom rezanju nekog papirića na četiri dijela imamo prirast broja listića za 3. Tako je u bilo kojem trenutku ukupan broj papirića oblika $3k+1$, $(k \in N)$. No 999 je djeljiv s 3 i nije oblika $3k+1$, $(k \in N)$, te opisanim rezanjem ne možemo dobiti 999 papirića.

Zadatak 2.

a) p.d. $\begin{matrix} x+1 \neq 0 \\ x \neq -1 \end{matrix}$, $\begin{matrix} mx-2 \neq 0 \\ mx \neq 2 \end{matrix}$

$$\frac{mx+2}{mx-2} = \frac{x}{x+1} \Rightarrow mx^2 + 2x + mx + 2 = mx^2 - 2x \Rightarrow x(m+4) = -2$$

1^0 $m+4 \neq 0 \Rightarrow m \neq -4$ $x = -\dfrac{2}{m+4}$;

$$x \neq -1 \Rightarrow -\frac{2}{m+4} \neq -1 \Rightarrow m \neq -2; \quad mx \neq 2 \Rightarrow -\frac{2m}{m+4} \neq 2 \Rightarrow m \neq -2,$$

2^0 $m+4=0 \Rightarrow m \neq -4$, imamo $0 \cdot x = -2$, jednadžba nema rješenja

Rez. : $x = -\dfrac{2}{m+4}$ za $m \neq -4, m \neq -2$

b) $\left| -\dfrac{2}{m+4} \right| \geq 1$ za $m \neq -4, m \neq -2$

$$\frac{2}{m+4} \leq -1 \quad \text{ili} \quad \frac{2}{m+4} \geq 1$$

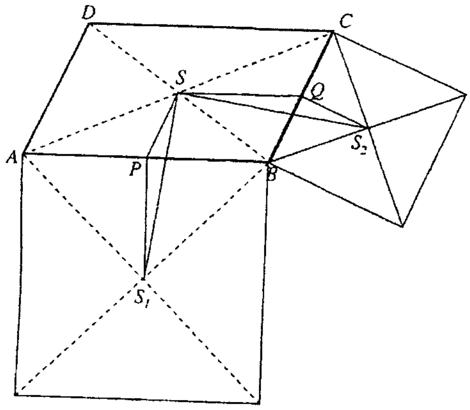
$$\frac{2+m+4}{m+4} \leq 0 \qquad \frac{2-m-4}{m+4} \geq 0$$

$$m \in [-6,-4) \quad \text{ili} \quad m \in (-4,-2) \quad \Rightarrow \quad m \in [-6,-4) \cup (-4,-2)$$

Zadatak 3.

a) Pošto je: $|SQ| = |PB| = |PS_1|$, $|SP| = |QB| = |QS_2|$, $\sphericalangle\, SPS_1 = \sphericalangle\, SQS_2$

to je $\quad \Delta SPS_1 \cong \Delta S_2QS \quad (1)$



Analogno bi se pokazalo da su i preostala dva trokuta sukladna, kako međusobno tako i s upravo promatranim.

b) Zbog sukladnosti $\Delta SPS_1 \cong \Delta S_2QS$ slijedi $|SS_1| = |SS_2|$.

Osim toga na temelju (1) je:

$\sphericalangle\, S_1SS_2 = \sphericalangle\, PSQ - \triangleright\, PSS_1 - \sphericalangle\, QSS_2 =$

$= \sphericalangle\, PSQ - \sphericalangle\, PSS_1 - \sphericalangle\, PS_1S = \sphericalangle\, PSQ - (\pi - \sphericalangle\, SPS_1) = \sphericalangle\, ADC - \left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \sphericalangle\, DAB\right)\right] =$

$= \sphericalangle\, ADC + \sphericalangle\, DAB - \frac{\pi}{2} = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$.

Dakle $SS_1 \perp SS_2$.

Analogno se dokazuje za svaki preostali par kvadrata, odakle slijedi traženi rezultat.

Zadatak 4.

$$\text{Imamo } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$$

Kako je x pozitivan broj slijedi $x + \frac{1}{x} = 3$,

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^4 - x^2 + 1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left[x^4 + \frac{1}{x^4} - \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 1\right],$$

Nadalje je $x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 = 47$, te konačno imamo:

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = 3 \cdot (47 - 7 + 1) = 123.$$

II. RAZRED:

Zadatak 1.

Zbrojimo prvi i četvrti, te drugi i treći pribrojnik lijeve strane jednadžbe

$$\left(\frac{2}{x-1}+\frac{2}{x-4}\right)-\left(\frac{3}{x-2}-\frac{3}{x-3}\right)=0 \Leftrightarrow \frac{2(x-4)+2(x-1)}{(x-1)(x-4)}-\frac{3(x-3)-3(x-2)}{(x-2)(x-3)}=0$$

$$\frac{2(2x-5)}{x^2-5x+4}-\frac{3(2x-5)}{x^2-5x+6}=0$$

$$(2x-5)\left(\frac{2}{x^2-5x+4}-\frac{3}{x^2-5x+6}\right)=0$$

$2x-5=0$ ili $\frac{2}{x^2-5x+4}-\frac{3}{x^2-5x+6}=0/\cdot(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)\neq 0$

$x_1=\frac{5}{2}$ $\qquad 2x^2-10x+12-3x^2+15x-12=0$

$$-x^2+5x=0$$

$$x_2=0, x_3=5$$

Rez:. $x_1=\frac{5}{2}, x_2=0, x_3=5$.

Zadatak 2.

Pri svakom rezanju nekog papirića na četiri dijela imamo prirast broja listića za 3. Tako je u bilo kojem trenutku ukupan broj papirića oblika $3k+1$, $(k\in N)$. No 999 je djeljiv s 3 i nije oblika $3k+1$, $(k\in N)$, te opisanim rezanjem ne možemo dobiti 999 papirića.

Zadatak 3.

Ako je $\frac{x}{x^2-5x+7}=k$, kako je $x^2-5x+7>0$ za $\forall x\in R$ tada je

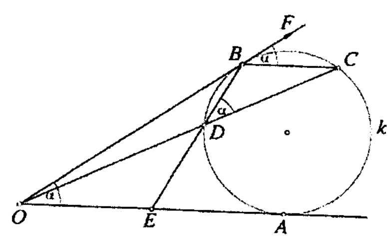
$kx^2-(5k+1)x+7k=0 \qquad (1)$

Za jednadžbu (1) mora biti $D\geq 0$, pa je

$$(5k+1)^2-28k^2\geq 0 \Rightarrow -3k^2+10k+1\geq 0 \Rightarrow k\in\left[\frac{5-\sqrt{28}}{3},\frac{5+\sqrt{28}}{3}\right]$$

Kako je k cijeli broj mora biti $k \in \{0,1,2,3\}$.
Za $k=0$, dobije se $x=0$
Za $k=1$, dobije se $x=3+\sqrt{2}$ i $x=3-\sqrt{2}$
Za $k=2$, dobije se $x=\frac{7}{2}$ i $x=2$
Za $k=3$, dobije se $x=\frac{7}{3}$ i $x=3$
Kako je $x^2-5x+7>0$, za $\forall x \in R$, to sve nađene vrijednosti za x dolaze u obzir.
Dakle, rješenje je $x \in \left\{0, 3+\sqrt{2}, 3-\sqrt{2}, \frac{7}{2}, 2, \frac{7}{3}, 3\right\}$.

Zadatak 4.
Potencije točaka O i E s obzirom na kružnicu k su:
$|OB|^2 = |OB| \cdot |OC|$ (1), $|EA|^2 = |ED| \cdot |EB|$ (2)



Označimo li $\alpha = \sphericalangle AOB$, tada je $\sphericalangle CBF = \sphericalangle CDB = \alpha$.
Zato su trokuti $\Delta DEO, \Delta DBC$ i ΔOEB slični, te imamo: $|OD| : |DC| = |ED| : |DB|$, odakle je

$$|OC| = \frac{|OD|}{|ED|} \cdot |EB| \qquad (3)$$

a iz $|OB| : |OE| = |OD| : |ED|$ slijedi

$$|OB| = \frac{|OD|}{|ED|} \cdot |OE| \qquad (4)$$

Iz (1) i (4) slijedi $\frac{|OD|^2}{|ED|^2} \cdot |OE|^2 = |OD| \cdot |OC| = |OD| \cdot \frac{|OD|}{|ED|} \cdot |EB| = \frac{|OD|^2}{|ED|} \cdot |EB|$, pa je

$$|OE|^2 = |ED| \cdot |EB| \qquad (5)$$

Iz (2) i (5) imamo $|EA|^2 = |OE|^2$ odnosno $\underline{|OE| = |EA|}$.

III. RAZRED

Zadatak 1. $(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 2x \cos^2 2x = (\sin^2 2x + \cos^2 2x)^2 - 2\sin^2 2x \cos^2 2x$

$$1 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - 2\sin^2 2x \cos^2 2x$$

$$2\sin^2 2x \cos^2 2x - \frac{1}{2}\sin^2 2x = 0$$

$$2\sin^2 2x\left(\cos^2 2x-\frac{1}{4}\right)=0$$

$\sin^2 2x=0$

$\sin 2x=0$

$2x=k\pi$

$x=k\frac{\pi}{2}$, $k\in Z$

$\cos^2 2x-\frac{1}{4}=0$

$\cos 2x=\pm\frac{1}{2}$

$\cos 2x=-\frac{1}{2}$

$2x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$

$x=\frac{\pi}{3}+k\pi$

$2x=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$

$x=\frac{2\pi}{3}+k\pi$

$k\in Z$

$\cos 2x=\frac{1}{2}$

$2x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$

$x=\frac{\pi}{6}+k\pi$

$2x=\frac{5\pi}{3}+2k\pi$

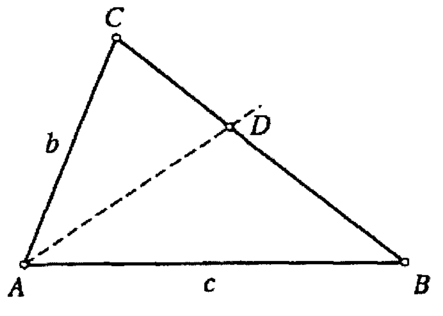
$x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$

$k\in Z$

Rez. : $x=k\frac{\pi}{3}$, $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$, $x=\frac{2\pi}{3}+k\pi$, $x=\frac{\pi}{6}+k\pi$, $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$, $(k\in Z)$

Zadatak 2. Prema poučku o simetrali kuta trokuta imamo:

$$c:b=\overrightarrow{BD}:\overrightarrow{DC} \quad\Rightarrow\quad c\cdot\overrightarrow{DC}=b\cdot\overrightarrow{BD} \quad\Rightarrow\quad \overrightarrow{BD}=\frac{c}{b}\overrightarrow{DC}$$



Dalje, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{c}{b}\overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}$$

Ako iz ovog sustava eliminiramo vektor $\overrightarrow{CD}$, dobijemo traženi izraz:

$$\frac{b}{c}\overrightarrow{AD}=\frac{b}{c}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}$$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$, zbrajanjem ovih jednadžbi imamo:

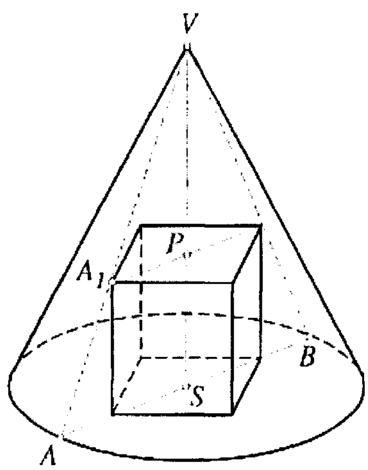
$$\overrightarrow{AD}\left(1+\frac{b}{c}\right) = \overrightarrow{AC} + \frac{b}{c}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AD}\cdot\frac{b+c}{b} = \overrightarrow{AC} + \frac{b}{c}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AD} = \frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB} + \frac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}.$$

Zadatak 3. U dijagonalnom presjeku uočavamo slične trokute ΔASV i $\Delta A_1PV \Rightarrow$

$|AS| : |A_1P| = |VS| : |PV| \;\Rightarrow\; r : \frac{x\sqrt{2}}{2} = r : (v-x)$, gdje je x duljina brida kocke.



$$r(v-x) = v\cdot\frac{x\sqrt{2}}{2}$$

$$rv = \frac{\sqrt{2}}{2}vx + rx$$

$$x = \frac{2rv}{2r+v\sqrt{2}}$$

Pošto je stožac jednakokračan tj. $s = 2r$, onda je $v = r\sqrt{3}$, pa je $x = \sqrt{3}\left(\sqrt{6}-2\right)r$.

Zadatak 4. p.d. $x \neq 0$

$$\log 2^2 + \log 3^{1+\frac{1}{2x}} - \log\left(\sqrt[x]{3} + 27\right) > \log 1$$

$$\log\frac{2^2\cdot 3^{\frac{2x+1}{2x}}}{\sqrt[x]{3}+3^3} > \log 1 \;\Rightarrow\; \frac{2^2\cdot 3^{\frac{2x+1}{2x}}}{\sqrt[x]{3}+3^3} > 1 \quad (\text{pošto je } \sqrt[x]{3}+3^3>0)$$

$$\Rightarrow\; 4\cdot 3^{1+\frac{1}{2x}} - 3^{\frac{1}{x}} - 27 > 0 \;\Rightarrow\; 3^{\frac{1}{x}} - 12\cdot 3^{\frac{1}{2x}} + 27 < 0$$

smjena $3^{\frac{1}{2x}} = t \quad (t>0)$

$t^2 - 12t + 27 < 0$

$3<t<9$

$3<t \Rightarrow 3<3^{\frac{1}{2x}} \Rightarrow 1<\frac{1}{2x} \Rightarrow x \in \left(0,\frac{1}{2}\right)$

$t<9 \Rightarrow \frac{1}{2x}<2 \Rightarrow x \in (-\infty,0)\cup\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$

Rez. : $x \in \left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$

IV. RAZRED

Zadatak 1. $1+2+2^2+\cdots+2^{5n-1}=1\cdot\frac{2^{5n}-1}{2-1}=2^{5n}-1=32^n-1$

Dokažimo matematičkom indukcijom tvrdnju zadatka.

1^0 $n=1 \Rightarrow 32^1-1=31$ tj. $31/31$

2^0 pretpostavimo da je tvrdnja točna za $n=k\in N$ tj. $31/32^k-1 \Leftrightarrow 32^k-1=31l$, $l\in N$

3^0 dokažimo da tvrdnja vrijedi za prirodan broj $k+1$

$$32^{k+1}-1=32\cdot 32^k-1=31\cdot 32^k+32^k-1=31\cdot 32^k+31l=31\cdot\left(32^k+l\right) \text{ tj } 31/32^{k+1}-1.$$

Zadatak 2. $z=1-\sin\alpha+i\cos\alpha$

$$|z|=\sqrt{(1-\sin\alpha)^2+\cos^2\alpha}=\sqrt{2(1-\sin\alpha)}$$

Odredimo φ: $tg\varphi=\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha}=\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\sin^2\frac{\alpha}{2}+\cos^2\frac{\alpha}{2}-2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}=$

$$=\frac{\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}\right)\left(\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}=\frac{\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}}=\frac{1+tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg\frac{\alpha}{2}}=tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right) \text{ te je } \varphi=\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}$$

Trigonometrijski prikaz je: $z=\sqrt{2(1-\sin\alpha)}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)\right]$

Zadatak 3.

Neka je x najmanji od osam uzastopnih prirodnih brojeva. Tada je njihov umnožak

$$P=x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6)(x+7)=$$
$$=[x(x+7)][(x+1)(x+6)][(x+2)(x+5)][(x+3)(x+4)]=$$
$$=\left(x^2+7x\right)\left(x^2+7x+6\right)\left(x^2+7x+10\right)\left(x^2+7x+12\right).$$

Neka je $a=x^2+7x+6$. Onda je:

$P=(a-6)a(a+4)(a+6)=(a^2-36)(a^2+4a)=a^4+4a^3-36a^2-144a=$

$=a^4+4a(a^2-9a-36)=a^4+4a(a+3)(a-12) \qquad (1)$

Pošto je $x\geq 1$ imamo $a=x^2+7x+6\geq 14$, pa je $a-12>0 \quad (2)$

Iz (1) i (2) je $P>a^4 \quad (3)$

Međutim, $P=a^4+4a^3-36a^2-144a<a^4+4a^3+6a^2+4a+1=(a+1)^4$ tj.

$$P<(a+1)^4 \qquad (4)$$

Iz (3) i (4) slijedi $a^4<P<(a+1)^4$ što je i trebalo dokazati.

<u>Zadatak 4.</u>

Imamo $\sin^6 x+\cos^6 x=(\sin^2 x+\cos^2 x)(\sin^4 x-\sin^2 x\cos^2 x+\cos^4 x)=$

$=(\sin^2 x+\cos^2 x)^2-2\sin^2 x\cos^2 x-\sin^2 x\cos^2 x=1-3\sin^2 x\cos^2 x=1-\frac{3}{4}\sin^2 2x$

Lijeva strana nejednakosti postaje

$$1-\frac{3}{4}\sin^2 2x+\frac{a}{2}\sin 2x$$

$y=\sin 2x\in[-1,1]$ trinom postaje: $-\frac{3}{4}y^2+\frac{a}{2}y+1$

S obzirom da kvadratni trinom $-\frac{3}{4}y^2+\frac{a}{2}y+1$ na intervalu $[-1,1]$ uzima minimum na krajevima intervala, dana nejednakost je ispunjena ako i samo ako je

$$-\frac{3}{4}-\frac{a}{2}+1\geq 0 \quad \wedge \quad -\frac{3}{4}+\frac{a}{2}+1\geq 0$$

$$a\leq\frac{1}{2} \quad \wedge \quad a\geq -\frac{1}{2}$$

Rez. : $a\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

ZADATKE PRIPREMILI

Za I.,II. i IV. razred .... NIKO SUŠAC, prof.
Za III. razred .... IVANA MILINKOVIĆ ROSIĆ, prof.

REZULTATI NATJECANJA IZ MATEMATIKE UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA FEDERACIJE BIH

I. RAZRED

I.	Mjesto	MATE MARAS	Gimnazija fra Dominika Mandića Široki Brijeg
II.	Mjesto	NEVENA ĆORIĆ	Gimnazija Mostar
III.	Mjesto	JOSIPA TICA	Srednja škola Antuna Branka Šimića Grude

II. RAZRED

I.	Mjesto	HRVOJE JUKIĆ	KŠC " Don Bosco" Žepče
II.	Mjesto	TOMISLAV BAŠKARAD	Srednja škola Vitez
III.	Mjesto	JAKOV KONTA	Gimnazija Livno

III. RAZRED

I.	Mjesto	FRANJO ŠARČEVIĆ	Srednja škola Prozor
II.	Mjesto	IVANA KREŠIĆ	Srednja škola Čapljina
III.	Mjesto	IVAN VUKOJEVIĆ	Gimnazija Ljubuški

IV. RAZRED

I.	Mjesto	STIPE VODOPIJA	Gimnazija Livno
II.	Mjesto	IVAN KOŽUL	Gimnazija fra Dominika Mandića Široki Brijeg
III.	Mjesto	SONJA MANDRAPA	Srednja škola Čapljina

UČENICI KOJI SU SE PLASIRALI NA NATJECANJE IZ MATEMATIKE NA RAZINI BIH

1.	Mate Maras	Gimnazija fra Dominika Mandića Široki Brijeg
2.	Hrvoje Jukić	KŠC " Don Bosco" Žepče
3.	Franjo Šarčević	Srednja škola Prozor
4.	Ivana Krešić	Srednja škola Čapljina
5.	Ivan Vukojević	Gimnazija Ljubuški
6.	Ana Perković	Gimnazija Livno
7.	Ante Đerek	SŠ fra Grge Martića Posušje
8.	Stipe Vodopija	Gimnazija Livno
9.	Ivan Kožul	Gimnazija fra Dominika Mandića Široki Brijeg
10.	Sonja Mandrapa	Srednja škola Čapljina