

ZADACI

I. RAZRED

1. Neka su x i y realni brojevi takovi da je $xy = 1$. Dokazati da tada vrijedi nejednakost: $x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{2}(x - y)$.
2. Odredite sve trojke realnih brojeva x, y, z za koje vrijedi:
$$4xyz - x^4 - y^4 - z^4 = 1$$
3. Odredi realni broj m tako da rješenje x jednadžbe $\frac{x-m}{x+1} + \frac{x-1}{x+m} = 2$ zadovoljava uvjet $|x| \leq 1$.
4. U trokutu $\triangle ABC$ je $\sphericalangle A = \alpha = 60^\circ$ a dužine $\overline{BB'}$ i $\overline{CC'}$ ($B' \in \overline{AC}, C' \in \overline{AB}$) su visine tog trokuta. Točka M je polovište stranice \overline{BC} . Dokazati da je trokut $\triangle MB'C'$ jednakostranični.

II. RAZRED

1. Neka su z_1 i z_2 kompleksni brojevi takovi da vrijedi $|z_1 + 2z_2| = |2z_1 + z_2|$. Dokaži da je $|z_1 + mz_2| = |mz_1 + z_2|$ za svaki realni broj m .
2. Rješenja x_1 i x_2 kvadratne jednadžbe zadovoljavaju relacije:
$$x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 0$$
$$mx_1x_2 - (x_1 + x_2) = 2m - 1$$
 - a) formirati ovu jednadžbu
 - b) za koje vrijednosti parametra $m \in \mathbb{R}$ rješenja jednadžbe su realna
 - c) za koje $m \in \mathbb{R}$ su oba rješenja jednadžbe pozitivna.
3. Odredi sva rješenja jednadžbe: $x^4 - x^3 - 10x^2 + 2x + 4 = 0$.
4. Jednakostraničan trokut ABC i kružnica k postavljeni su tako da kružnica siječe svaku stranicu trokut u dvjema točkama, i to: stranicu \overline{CA} u točkama K, L ; stranicu \overline{AB} u točkama M, N i stranicu \overline{BC} u točkama P, Q (u navedenom poretku), Dokažite da vrijedi:
$$|AM| + |BP| + |CK| = |AL| + |CQ| + |BN|.$$

III. RAZRED

1. Ako su α, β i γ kutovi trokuta s duljinama stranica a, b i c , dokažite nejednakost:

$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} \geq 4 \cdot \left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2} + \sin^2 \frac{\gamma}{2} \right).$$

2. Neki realni pozitivni brojevi zadovoljavaju jednakost

$$\log(1+a^2) - \log a - 2 \log 2 = 1 - \log(100+b^2) + \log b$$

Naći vrijednost zbroja $a+b$.

3. Riješi jednadžbu: $\operatorname{tg} x + 6 \operatorname{ctg} x = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} - 1} - 4\sqrt{3}$.

4. Odredite duljine bridova pravilne uspravne četverostrane prizme ako su one prirodni brojevi a oplošje prizme je numerički jednako zbroju duljina svih bridova.

IV. RAZRED

1. U skupu kompleksnih brojeva riješi jednadžbe:

a) $z^3 = \bar{z}$

b) $z^5 = \bar{z}$.

2. Dokažite da za svaki pozitivan cijeli broj n vrijedi jednakost:

$$3a_1 + 5a_2 + 7a_3 + \dots + (2n+1)a_n = (n+1)^2 a_n - \frac{1}{2}n(n+1),$$

Ako je $a_k = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k}$, za svaki prirodan broj k .

3. Riješi jednadžbu: $\operatorname{tg} x + 6 \operatorname{ctg} x = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} - 1} - 4\sqrt{2}$.

4. Odredite duljine bridova pravilne uspravne četverostrane prizme ako su one prirodni brojevi a oplošje prizme je numerički jednako zbroju duljina svih bridova.

RJEŠENJA

I. RAZRED

Zadatak 1. :

Dana nejednakost ekvivalentna je s:

$$(x - y)^2 + 2xy \geq 2\sqrt{2}(x - y)$$

Zbog $xy = 1$, dobivamo:

$$(x - y)^2 + 2 \geq 2\sqrt{2}(x - y), \text{ tj. } (x - y)^2 - 2\sqrt{2}(x - y) + 2 \geq 0,$$

A to je ekvivalentno s $(x - y - \sqrt{2})^2 \geq 0$, što je očigledno tačno.

q.e.d.

Zadatak 2. :

Transformirajmo jednadžbu u pogodniji oblik

$$4xyz = (1 + x^4) + (y^4 + z^4)$$

$$4xyz = (1 - x^2)^2 + 2x^2 + (y^2 - z^2)^2 + 2y^2z^2$$

$$0 = (1 - x^2)^2 + 2x^2 + (y^2 - z^2)^2 + 2(x^2 - 2xyz + y^2z^2)$$

$$0 = (1 - x^2)^2 + (y^2 - z^2)^2 + 2(x - yz)^2$$

„Suma kvadrata = 0“

Odavde dobivamo $x^2 = 1, y^2 = z^2, x = yz$,

odakle je $(x, y, z) \in \{(1, 1, 1), (1, -1, -1), (-1, -1, 1), (-1, 1, -1)\}$.

q.e.d.

Zadatak 3.

Područje definicije: $x \neq -1$ i $x \neq -m$.

Nakon sređivanja jednadžbe dobivamo:

$$2(m+1)x = -m^2 - 2m - 1 \Leftrightarrow 2(m+1)x = -(m+1)^2$$

1^0 Za $m \neq -1$ dobivamo $x = -\frac{m+1}{2}$. Zbog područja definicije je

$$-\frac{m+1}{2} \neq -1 \text{ i } -\frac{m+1}{2} \neq -1 \text{ tj. } m \neq 1.$$

$$\text{Rješenje je } x = -\frac{m+1}{2} \text{ za } m \neq \pm 1$$

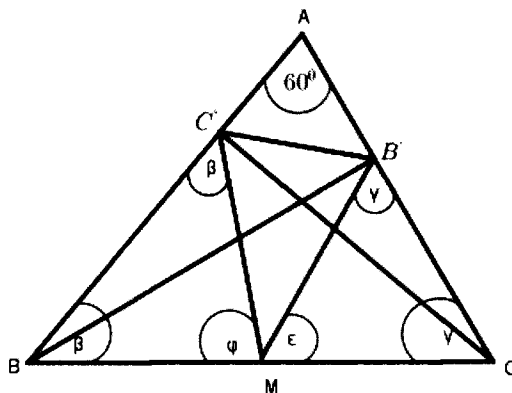
2^0 $m = -1$, rješenje je $\forall x \in R \setminus \{-1, 1\}$

Uvjet zadatka $|x| \leq 1$ tj. $\left| \frac{m+1}{2} \right| \leq 1$, pri čemu je $m \neq \pm 1$,

je ispunjen za $m \in [-3, -1) \cup (-1, 1)$.

q.e.d.

Zadatak 4.



Trokut $\triangle BCC'$ je pravokutni pa je $\overline{C'M}$ njegova težišnica, tj. $\overline{C'M} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{BM}$ pa je $\triangle BMC'$ jednakokračni

Trokut $\triangle BCB'$ je također pravokutni pa analogno dobijemo $\overline{B'M} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{MC}$ pa je

trokut $\overline{B'M} = \overline{C'M}$ jednakokračni. Znači, slijedi da je $\overline{B'M} = \overline{C'M}$. Dokažimo da je $\angle C'MB' = 60^\circ$. Iz jednakokračnih trokuta $\triangle BMC'$ i $\triangle CMB'$ imamo:

$$\varphi = 180^\circ - 2\beta \text{ i } \varepsilon = 180^\circ - 2\gamma, \text{ tj.}$$

$$\begin{aligned} \angle C'MB' &= 180^\circ - (\varphi + \varepsilon) = 180^\circ - [360^\circ - 2(\beta + \gamma)] = 180^\circ - [360^\circ - 2(180^\circ - \alpha)] = \\ &= 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ. \end{aligned}$$

Zbog $\overline{B'M} = \overline{C'M}$ i $\angle C'MB' = 60^\circ$ slijedi da je trokut $\triangle C'MB'$ jednakostraničan. **q.e.d.**

II. RAZRED

Zadatak 1.

Neka je $z_1 = a + bi$ i $z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$).

Dani uvjet $|z_1 + 2z_2| = |2z_1 + z_2|$ ekvivalentan je s:

$$|(a + bi) + 2(c + di)| = |2(a + bi) + (c + di)|,$$

$$|(a + 2c) + (b + 2d)i| = |(2a + c) + (2b + d)i|,$$

$$(a + 2c)^2 + (b + 2d)^2 = (2a + c)^2 + (2b + d)^2,$$

$$a^2 + 4ac + 4c^2 + b^2 + 4bd + 4d^2 = 4a^2 + 4ac + c^2 + 4b^2 + 4bd + d^2,$$

$$3c^2 + 3d^2 = 3a^2 + 3b^2,$$

$$a^2 + b^2 = c^2 + d^2,$$

Neka je $m \in \mathbb{R}$. Množenjem gornje jednakosti s $1 - m^2$ dobivamo

$$(1 - m^2)a^2 + (1 - m^2)b^2 = (1 - m^2)c^2 + (1 - m^2)d^2,$$

$$a^2 + m^2c^2 + b^2 + m^2d^2 = m^2a^2 + c^2 + m^2b^2 + d^2,$$

Sada na obje strane jednakosti dodamo $2mac + 2mbd$:

$$a^2 + 2mac + m^2c^2 + b^2 + 2mbd + m^2d^2 = m^2a^2 + 2mac + c^2 + m^2b^2 + 2mbd + d^2,$$

$$(a + mc)^2 + (b + md)^2 = (ma + c)^2 + (mb + d)^2.$$

Konačno,

$$|(a + mc) + (b + md)i| = |(ma + c) + (mb + d)i|$$

$$|(a + bi) + m(c + di)| = |m(a + bi) + (c + di)|,$$

Odnosno $|z_1 + mz_2| = |mz_1 + z_2|$, što je i trebalo dokazati.

q.e.d.

Zadatak 2.

a) $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$

$$\frac{mx_1x_2 - 2x_1x_2 = 2m - 1}{x_1 + x_2 = 2x_1x_2}$$

$$x_1 + x_2 = 2x_1x_2$$

$$x_1x_2 = \frac{2m - 1}{m - 2}, \quad m \neq 2$$

$$x_1 + x_2 = 2 \frac{2m - 1}{m - 2} \quad \text{ i } \quad x_1x_2 = \frac{2m - 1}{m - 2}$$

Uvrštavanjem u $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$ **dobivamo**

$$(m - 2)x^2 - 2(2m - 1)x + 2m - 1 = 0, \quad m \neq 2$$

b) Rješenja su realna za $D \geq 0$,

$$[-2(2m - 1)]^2 - 4(m - 2)(2m - 1) \geq 0, \text{ nakon sređivanja imamo,}$$

$$2m^2 + m - 1 \geq 0 \quad \text{ tj. } \quad m \in (-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right), \text{ a zbog uvjeta } m \neq 2,$$

konačno imamo: $m \in (-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{2}, 2\right) \cup (2, +\infty)$.

c) Oba rješenja jednadžbe su pozitivna ako je:

$$D \geq 0 \quad \wedge \quad x_1 + x_2 > 0 \quad \wedge \quad x_1x_2 > 0, \text{ tj.}$$

$$m \in (-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{2}, 2\right) \cup (2, +\infty) \quad \wedge \quad m \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup (2, +\infty) \quad \wedge \quad m \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup (2, +\infty)$$

Konačno imamo $m \in (-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$.

q.e.d.

Zadatak 3.

Kako 0 nije rješenje jednadžbe, dijeljenjem s x^2 dobije se

$$x^2 - x - 10 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = 0$$

Uvedemo li supstituciju $t = x - \frac{2}{x}$, tada je $t^2 = x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}$, tj. $x^2 + \frac{4}{x^2} = t^2 + 4$.

Jednadžba sada poprima oblik

$$t^2 + 4 - t - 10 = 0 \quad \text{tj.} \quad t^2 - t - 6 = 0$$

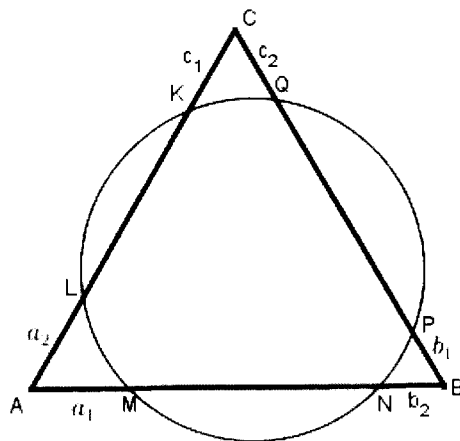
Rješenja ove jednadžbe su $t_1 = 3, t_2 = -2$.

Za $t_1 = 3$ je $x - \frac{2}{x} = 3$, tj. $x^2 - 3x - 2 = 0$ i rješenja su $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$.

Za $t_2 = -2$ je $x - \frac{2}{x} = -2$, tj. $x^2 + 2x - 2 = 0$ i rješenja su $x_{3,4} = -1 \pm \sqrt{3}$.

q.e.d.

Zadatak 4.



Uvedimo oznake:

$$|AM| = a_1, |AL| = a_2, |BP| = b_1, |BN| = b_2, |CK| = c_1, |CQ| = c_2, |AB| = |BC| = |CA| = s$$

Primjenjujući potenciju točke s obzirom na kružnicu imamo:

$$|AM| \cdot |AN| = |AL| \cdot |AK| \quad \text{odnosno} \quad a_1 \cdot (s - b_2) = a_2 \cdot (s - c_1) \quad (1)$$

$$|BP| \cdot |BQ| = |BN| \cdot |BM| \quad \text{odnosno} \quad b_1 \cdot (s - c_2) = b_2 \cdot (s - a_1) \quad (2)$$

$$|CK| \cdot |CL| = |CQ| \cdot |CP| \quad \text{odnosno} \quad c_1 \cdot (s - a_2) = c_2 \cdot (s - b_1) \quad (3)$$

Zbrajanjem (1), (2) i (3) dobijemo:

$$a_1 s - a_1 b_2 + b_1 s - b_1 c_2 + c_1 s - c_1 a_2 = a_2 s - a_2 c_1 + b_2 s - b_2 a_1 + c_2 s - c_2 b_1, \quad \text{odnosno}$$

$s(a_1 + b_1 + c_1) = s(a_2 + b_2 + c_2)$, a kako je $s \neq 0$, to je:

$$a_1 + b_1 + c_1 = a_2 + b_2 + c_2 \quad \text{tj.} \quad |AM| + |BP| + |CK| = |AL| + |CQ| + |BN|.$$

q.e.d.

III. RAZRED

Zadatak 1.

Kosinusov poučak zapišimo u obliku

$2bc \cos \alpha + a^2 = b^2 + c^2$, dijeljenjem ove jednakosti s bc imamo

$$2 \cos \alpha + \frac{a^2}{bc} = \frac{b}{c} + \frac{c}{b}.$$

Kako je $\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \geq 2$, dobivamo $2 \cos \alpha + \frac{a^2}{bc} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{a^2}{bc} \geq 2(1 - \cos \alpha) = 2 \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow$

$$\frac{a^2}{bc} \geq 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (1)$$

I na sličan način dobivamo

$$\frac{b^2}{ac} \geq 4 \sin^2 \frac{\beta}{2} \quad (2), \quad \frac{c^2}{ab} \geq 4 \sin^2 \frac{\gamma}{2} \quad (3)$$

Zbrajanjem nejednakosti (1), (2) i (3) dobivamo nejednakost

$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} \geq 4 \cdot \left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\beta}{2} + \sin^2 \frac{\gamma}{2} \right).$$

q.e.d.

Zadatak 2.

Dana jednakost se svodi na sljedeću jednakost:

$$\log(1 + a^2) \cdot (100 + b^2) = \log 40ab, \text{ tj.}$$

$$(1 + a^2) \cdot (100 + b^2) = 40ab,$$

Ovu jednakost transformiramo u kvadratnu jednadžbu po a

$$(100 + b^2)a^2 - 40ab + 100 + b^2 = 0$$

$$a = \frac{40b \pm \sqrt{(40b)^2 - 4(100 + b^2)^2}}{2(100 + b^2)}$$

Pošto je $a \in \mathbb{R}$, to mora biti $D \geq 0$, tj.

$$(40b)^2 - 4(100 + b^2)^2 = -4(b^2 + 20b + 100)(b^2 - 20b + 100) \geq 0, \text{ tj.}$$

$$(b + 10)^2(b - 10)^2 \leq 0,$$

Ovdje jedino vrijedi jednakost i to kad je $b = 10$ (uvjet zadatka je $b > 0$), a tada je $a = 1$, konačno imamo $a + b = 11$.

q.e.d.

Zadatak 3.

Primijetimo najprije da je $\frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \operatorname{tg}^2 x$.

Dana jednadžba je ekvivalentna sa

$$\operatorname{tg} x + 6 \operatorname{ctg} x = |\operatorname{tg} x| - 4\sqrt{3} \quad (1)$$

Ako je $\operatorname{tg} x > 0$, tada imamo $\operatorname{tg} x + 6 \operatorname{ctg} x = \operatorname{tg} x - 4\sqrt{2} \Leftrightarrow \operatorname{ctg} x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} < 0$, pa je i $\operatorname{tg} x < 0$,

što je kontradikcija.

Dakle mora biti $\operatorname{tg}x < 0$, pa iz (1) imamo $\operatorname{tg}x + 6 \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}x} = -\operatorname{tg}x - 4\sqrt{3}$, nakon sređivanja

imamo: $\operatorname{tg}^2x + 2\sqrt{3}\operatorname{tg}x + 3 = 0 \Leftrightarrow (\operatorname{tg}x + \sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg}x = -\sqrt{3}$.

Rješenje je $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

q.e.d.

Zadatak 4.

Neka su a i b duljine temeljnog i pobočnog brida. Tada je

$$8a + 4b = 2a^2 + 4ab, \text{ tj.}$$

$$2b = a(a + 2b - 4) \quad (1)$$

Odakle slijedi da je a paran broj. Ako je $a = 2a'$, tada je

$$b = a(a' + b - 2) = na, \text{ gdje je } n \in \mathbb{N}.$$

Uz $b = na$ ($n \in \mathbb{N}$) iz (1) slijedi:

$$2na = a(a + 2na - 4)$$

$$2n = a + 2na - 4, \text{ tj.}$$

$$a = \frac{2n+4}{2n+1} \Leftrightarrow a = 1 + \frac{3}{2n+1}.$$

Zbog $a \in \mathbb{N}$, nužno je $n = 1$.

Konačno je $a = 2$ i $b = 2$.

Imamo kocku sa zbrojem duljina bridova $12 \cdot 2 = 24$ i oplošjem $6 \cdot 4 = 24$.

q.e.d.

IV. RAZRED

Zadatak 1.

a) Stavimo $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Dobivamo:

$$x^3 - 3xy^2 + 3x^2yi - y^3i = x - yi$$

i odavde

$$x(x^2 - 3y^2 - 1) = 0$$

$$\underline{y(3x^2 - y^2 + 1) = 0}$$

Mogućnost $x = 0$ daje $y(-y^2 + 1) = 0$, tj. $y_1 = 0, y_2 = 1, y_3 = -1$.

Ako je $x^2 - 3y^2 - 1 = 0$, tada iz $x^2 = 3y^2 + 1$ dobivamo $y(9y^2 + 3 - y^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow y(8y^2 + 4) = 0$ i odavde $y = 0, x = \pm 1$.

Postoji dakle pet rješenja: $z_1 = 0, z_2 = 1, z_3 = i, z_4 = -1, z_5 = -i$.

b) Najprije dobivamo: $|z| = |\bar{z}| = |z^5| = |z|^5$,

Pa mora biti $|z| = 0$ ili $|z|^4 = 1$ tj. $|z| = 1$.

Odavde dobivamo prvo rješenje $z_0 = 0$.

Neka je sad $z \neq 0$. Množenjem početne jednakosti sa z dobivamo ekvivalentnu:

$$z\bar{z} = z^6 \Rightarrow |z|^2 = z^6, \text{ tj.}$$

$$1 = z^6 \text{ i odavde } z = \sqrt[6]{1}.$$

Rješenja ove jednadžbe su $z_k = \cos \frac{2k\pi}{6} + i \sin \frac{2k\pi}{6}, k = 1, 2, \dots, 6$.

Tako dobivamo:

$$z_1 = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}, z_2 = -\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}, z_3 = -1, z_4 = -\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}, z_5 = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}, z_6 = 1.$$

q.e.d.

Zadatak 2.

Tvrđnju ćemo dokazati matematičkom indukcijom.

Za $n = 1$ lijeva i desna strana su jednake 3.

Pretpostavimo da je tvrdnja točna za neki prirodan broj $k \in \mathbb{N}$.

Tada je

$$3a_1 + 5a_2 + 7a_3 + \dots + (2k+1)a_k + (2k+3)a_{k+1} = (k+1)^2 a_k - \frac{1}{2}k(k+1) + (2k+3)a_{k+1},$$

a odavde korištenjem $a_k = a_{k+1} - \frac{1}{k+1}$

dobivamo

$$\begin{aligned} 3a_1 + 5a_2 + 7a_3 + \dots + (2k+1)a_k + (2k+3)a_{k+1} &= (k+1)^2 \left(a_{k+1} - \frac{1}{k+1} \right) - \frac{1}{2}k(k+1) + (2k+3)a_{k+1} = \\ &= (k^2 + 2k + 1)a_{k+1} - (k+1) - \frac{1}{2}k(k+1) + (2k+3)a_{k+1} = \\ &= (k^2 + 4k + 4)a_{k+1} - \frac{1}{2}(k+1)(k+2) = \\ &= (k+2)^2 a_{k+1} - \frac{1}{2}(k+1)(k+2). \end{aligned}$$

q.e.d.

Zadatak 3. Isti kao 3. zadatak za treći razred.

Zadatak 4. Isti kao 4. zadatak za treći razred.

ZADATKE PRIPREMIO

Za I. II. III. i IV. razred NIKO SUŠAC, prof.

NATJECATELJSKA KOMISIJA- SŠ

1. NIKO SUŠAC, prof.
2. mr. IVANA MILINKOVIĆ ROSIĆ
3. dr. LJILJANKA KVESIĆ

**REZULTATI NATJECANJA IZ MATEMATIKE UČENIKA SREDNJIH
ŠKOLA FEDERACIJE BIH**

I. RAZRED

	Ime i prezime učenika	Škola i mjesto
I. mjesto	Ehvan Građanin	Srednja strukovna škola Jajce
II. mjesto	Nikica Perić	Gimnazija fra Dominika Mandića Široki Brijeg
III. mjesto	Martina Jurič	Gimnazija Livno

II. RAZRED

	Ime i prezime učenika	Škola i mjesto
I. mjesto	Tea Jozić	Gimnazija Livno
II. mjesto	Nikola Mandić	Gimnazija fra Grge Martića Mostar
III. mjesto	Mateo Stjepanović	Franjevačka klasična gimnazija Visoko

III. RAZRED

	Ime i prezime učenika	Škola i mjesto
I. mjesto	Ivan Bartulović	Franjevačka klasična gimnazija Visoko
II. mjesto	Mladen Pejić	KŠC „sv. Franjo“ Tuzla
III. mjesto	Stanko Čolak	Gimnazija fra Dominika Mandića Široki Brijeg

IV. RAZRED

	Ime i prezime učenika	Škola i mjesto
I. mjesto	Kristina Krželj	Gimnazija Livno
II. mjesto	Branimir Krtalić	Gimnazija fra Grge Martića Mostar
III. mjesto	Denis Čuljak	Gimnazija fra Grge Martića Mostar

**UČENICI KOJI SU SE PLASIRALI NA NATJECANJE IZ
MATEMATIKE UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA NA RAZINI BIH**

Red. broj	Ime i prezime učenika	RAZRED	Škola i mjesto
1.	Ehvan Građanin	I.	Srednja strukovna škola Jajce
2.	Tea Jozić	II.	Gimnazija Livno
3.	Ivan Bartulović	III.	Franjevačka klasična gimnazija Visoko
4.	Kristina Krželj	IV.	Gimnazija Livno
5.	Mladen Pejić	III.	KŠC „sv. Franjo“ Tuzla
6.	Stanko Čolak	III.	Gimnazija fra Dominika Mandića Široki Brijeg
7.	Stipe Jurčević	III.	Gimnazija Marka Marulića Tomislavgrad
8.	Josip Šarić	III.	SŠ Kupres Kupres
9.	Branimir Krtalić	IV.	Gimnazija fra Grge Martića Mostar
10.	Denis Čuljak	IV.	Gimnazija fra Grge Martića Mostar

**UČENIK KOJI SE PLASIRAO NA BALKANSKO NATJECANJE IZ
MATEMATIKE UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA**

1.	Ivan Bartulović	III. razred	Franjevačka klasična gimnazija Visoko
----	-----------------	-------------	---------------------------------------