

# ZADACI

## I. RAZRED

1. Iz skupa od  $n$  uzastopnih prirodnih brojeva, među kojima je i broj 1, jedan je broj ispušten. Aritmetička sredina preostalih brojeva je  $12\frac{7}{23}$ .  
Koji je broj ispušten?
2. Nacrtati graf funkcije  $y = (4m + 6n - 2)|x| + 2m + 3n$  za one vrijednosti  $m$  i  $n$ , za koje izraz  $\frac{1}{4m^2 + 12mn + 9n^2 + 1}$  ima najveću vrijednost.
3. Za koje cjelobrojne vrijednosti parametra  $m$  sustav jednačbi  $\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ 3x + my = 4 \end{cases}$  ima rješenje  $(x, y)$  za koje vrijedi  $x > 0, y < 0$ ?
4. Ako je  $a + b + c = 0, a^2 + b^2 + c^2 = 1$ , koliko je  $a^4 + b^4 + c^4$ ?

## II. RAZRED

1. Izračunaj koliko je  $z^{100} + z^{101} + z^{102} + z^{103} + z^{104}$ , ako je  $z$  kompleksni broj za koji vrijedi  $z + z^{-1} = 1$ .
2. Ako su  $a, b, c$  duljine stranica nekog trokuta, onda su rješenja jednačbe 
$$b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 = 0$$
 kompleksno konjugirani brojevi. Dokazati!
3. Za koje  $a \in \mathbb{R}$  jednačba  $\sqrt{x^2 - 1} = a - x$  ima rješenje?  
(Napomena: zadatak je riješen ako je učinjena korektna diskusija rješenja.)
4. Duljine ortogonalnih projekcija visine na hipotenuzu pravokutnog trokuta na katete tog trokuta jednake su  $12\text{cm}$  i  $16\text{cm}$ . Kolika je duljina hipotenuze tog trokuta?

### III. RAZRED

1. Riješi jednađbu  $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_{\frac{1}{3}}(3^{x+2} - 9) + 3 = 0$  u skupu realnih brojeva.
2. Središtem upisane kružnice trokuta  $ABC$  povučena je usporednica sa stranicom  $\overline{AB}$ , koja stranice  $\overline{CA}$  i  $\overline{CB}$  siječe u točkama  $P$  i  $Q$ . Dokažite da vrijedi:  
$$|PQ| = |AP| + |BQ|.$$
3. Koliki je kut  $\alpha$  trokuta  $ABC$  ako za kutove  $\alpha, \beta$  i  $\gamma$  toga trokuta vrijedi da je  
$$\frac{\sin^2 \beta + \sin^2 \gamma - \sin^2 \alpha}{\sin \beta \sin \gamma} = 1.$$
4. Oko kugle polumjera  $r$  opisan je uspravni krnji stožac. Prikloni je kut izvodnice  $s$  krnjega stošca prema njegovoj bazi rješenje jednađbe  
$$\sin^2 \alpha + \cos \alpha + \cos 2\alpha = \frac{4}{9},$$
  1. Izračunaj oplošje i volumen krnjeg stošca.
  2. Pokaži da je omjer oplošja zadanih tijela jednak omjeru njihovih volumena.

### IV. RAZRED

1. Tri realna broja  $a, b, c$  čine aritmetički niz, a njihovi kvadrati (uzeti istim redom) čine geometrijski niz. Odredi kvocijent (količnik) tog geometrijskog niza.
2. Ako se točka  $w$  nalazi u poluravnini  $\operatorname{Re}(w) > 1$ , dokazati da se točka  $z = \frac{1}{w}$  nalazi u krugu  $\left|z - \frac{1}{2}\right| < \frac{1}{2}$ .
3. Koliki je kut  $\alpha$  trokuta  $ABC$  ako za kutove  $\alpha, \beta$  i  $\gamma$  toga trokuta vrijedi da je  
$$\frac{\sin^2 \beta + \sin^2 \gamma - \sin^2 \alpha}{\sin \beta \sin \gamma} = 1.$$
4. Oko kugle polumjera  $r$  opisan je uspravni krnji stožac. Prikloni je kut izvodnice  $s$  krnjega stošca prema njegovoj bazi rješenje jednađbe  
$$\sin^2 \alpha + \cos \alpha + \cos 2\alpha = \frac{4}{9},$$
  - a. Izračunaj oplošje i volumen krnjeg stošca.
  - b. Pokaži da je omjer oplošja zadanih tijela jednak omjeru njihovih volumena.

# RJEŠENJA

## I. RAZRED

### Zadatak 1.

Da je ispušten broj 1, aritmetička sredina ostalih brojeva bila bi jednaka

$$\frac{\frac{1}{2}n(n+1)-1}{n-1} = \frac{n+2}{2}. \text{ Kad bi bio ispušten najveći broj (broj } n), \text{ aritmetička}$$

sredina ostalih brojeva bila bi  $\frac{n}{2}$ .

Dakle,  $\frac{n}{2} \leq 12 \frac{7}{23} \leq \frac{n+2}{2}$ . Odatle slijedi  $22.6 \leq n \leq 24.6$ , te je  $n = 23$  ili  $n = 24$ .

Lako se vidi da je  $n = 24$ , te je ispušten broj 17.

### Zadatak 2.

Izraz  $\frac{1}{4m^2 + 12mn + 9n^2 + 1} = \frac{1}{(2m + 3n)^2 + 1}$  ima najveću vrijednost kada

nazivnik ima najmanju vrijednost, a to je kada je  $2m + 3n = 0$ .

Tada je  $4m + 6n = 2(2m + 3n) = 0$ , to jest  $y = -2|x|$ .

### Zadatak 3.

$$D = \begin{vmatrix} m & -2 \\ 3 & m \end{vmatrix} = m^2 + 6, \quad D_x = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & m \end{vmatrix} = 3m + 8, \quad D_y = \begin{vmatrix} m & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4m - 9. \text{ Za sve realne}$$

vrijednosti parametra  $m$  dani sustav ima jedinstveno rješenje:

$$x = \frac{3m + 8}{m^2 + 6}, \quad y = \frac{4m - 9}{m^2 + 6}.$$

Prema tome, slijedi da je

$$\frac{3m + 8}{m^2 + 6} > 0 \Rightarrow m > -\frac{8}{3}, \quad \frac{4m - 9}{m^2 + 6} < 0 \Rightarrow m < \frac{9}{4}, \text{ tj.}$$

$$-\frac{8}{3} < m < \frac{9}{4}.$$

Kako je  $m$  cijeli broj, to je  $m \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ .

### Zadatak 4.

$$a^4 + b^4 + c^4 = (a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2)$$

$$= (a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2((ab + ac + bc)^2 - 2abc(a + b + c))$$

$$= 1 - 2(ab + bc + ac)^2$$

Nadalje je  $2(ab + bc + ac) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) = -1$

$$\Rightarrow (ab + bc + ac) = -\frac{1}{2}, \text{ te je}$$

$$a^4 + b^4 + c^4 = 1 - 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

## II. RAZRED

### Zadatak 1.

Iz  $z + \frac{1}{z} = 1 \Rightarrow z^2 - z + 1 = 0 \Rightarrow (z+1) \cdot (z^2 - z + 1) = 0 \Rightarrow z^3 + 1 = 0 \Rightarrow z^3 = -1.$

Zatim imamo redom  $z^{100} + z^{101} + z^{102} + z^{103} + z^{104} = z^{100}(1 + z + z^2 + z^3 + z^4) =$   
 $= z^{99} \cdot z(1 + z + z^2 - 1 + z^4) = -z(z + z^2 + z^4) = -z^2(1 + z + z^3) =$   
 $= -z^3 = 1$

### Zadatak 2.

Kako je svaka stranica trokuta veća od apsolutne vrijednosti razlike a manja od zbroja druge dvije stranice, to imamo  $0 < |b - c| < a < b + c$ . Nakon kvadriranja

imamo  $b^2 - 2bc + c^2 < a^2 < b^2 + 2bc + c^2$ . Nakon pregrupiranja imamo:

$$b^2 + c^2 - a^2 < 2bc \text{ i } b^2 + c^2 - a^2 > -2bc.$$

Dakle,  $-2bc < b^2 + c^2 - a^2 < 2bc$ , tj.  $|b^2 + c^2 - a^2| < 2bc$

Nakon kvadriranja ove nejednakosti, dobivamo:

$$(b^2 + c^2 - a^2)^2 < 4b^2c^2, \text{ odnosno}$$

$$(b^2 + c^2 - a^2)^2 - 4b^2c^2 < 0 \quad (1)$$

Kvadratna jednadžba s realnim koeficijentima ima konjugirano kompleksna rješenja ako i samo ako je njezina diskriminanta manja od nule.

Diskriminanta naše kvadratne jednadžbe je:

$$D = (b^2 + c^2 - a^2)^2 - 4b^2c^2,$$

Na temelju (1) vidimo da je  $D < 0$ , što je i trebalo dokazati.

### Zadatak 3.

Da bi obje strane jednadžbe bile definirane treba biti:  $x^2 - 1 \geq 0$  i  $a - x \geq 0$ .

Pod ovim uvjetima jednadžbu možemo kvadrirati. Imamo:

$$x^2 - 1 = a^2 - 2ax + x^2$$

$$2ax = a^2 + 1$$

Kada bi bilo  $a = 0$ , onda bi imali  $0 = 1$ , što je nemoguće. Znači  $a \neq 0$ , pa je

$$x = \frac{a^2 + 1}{2a}$$

Provjerimo za koje  $a \in \mathbb{R}$  rješenje jednadžbe ispunjava uvjete  $x^2 - 1 \geq 0$  i  $a - x \geq 0$ .

$$\left(\frac{a^2 + 1}{2a}\right)^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow a^4 + 2a^2 + 1 - 4a^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a^2 - 1)^2 \geq 0.$$

Znači uvjet  $x^2 - 1 \geq 0$  je ispunjen za svako realno  $a \neq 0$  (1)

Provjerimo drugi uvjet tj.  $a - x \geq 0$ .

Imamo  $a - \frac{a^2 + 1}{2a} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(a-1)(a+1)}{2a} \geq 0$ . Rješenje ove nejednadžbe je:

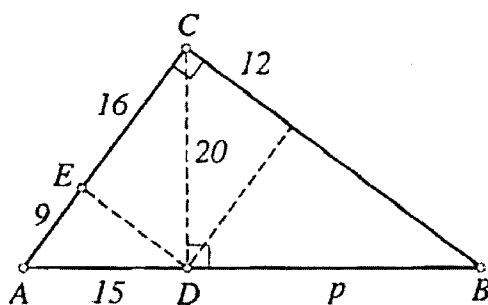
$$a \in [-1, 0) \cup [1, +\infty) \quad (2)$$

Iz (1) i (2) slijedi da dana jednadžba ima rješenje za  $a \in [-1, 0) \cup [1, +\infty)$ .

### Zadatak 4.

Najprije,  $v = |CD| = 20\text{cm}$  (vidi sliku) Zatim iz  $|DE|^2 = |AE| \cdot |CE|$  (visina iz vrha pravog kuta trokuta  $ADC$  je geometrijska sredina ortogonalnih projekcija kateta na hipotenuzu tog trokuta) imamo  $|AE| = 9\text{cm}$ . Potom je  $|AD| = 15\text{cm}$ , a iz  $20^2 = 15p$

slijedi  $p = \frac{80}{3}\text{cm}$ . Dakle  $c = 41\frac{2}{3}\text{cm}$ .



### III. RAZRED

#### Zadatak 1.

Logaritamska funkcija je definirana za pozitivne vrijednosti argumenta, to je  $3^x - 1 > 0$  i  $3^{x+2} - 9 > 0$ . Odavde je  $3^x > 1$ , pa je  $x > 0$ . Dakle rješenje jednadžbe tražimo u intervalu  $x \in (0, +\infty)$ .

Kako je  $\log_{\frac{1}{3}} a = -\log_3 a$ , to danu jednadžbu možemo napisati u obliku

$$-\log_3(3^x - 1) \cdot \log_3 9(3^x - 1) + 3 = 0.$$

Uvedimo smjenu  $\log_3(3^x - 1) = y$  (1)

Sada imamo jednadžbu  $-y(2 + y) + 3 = 0$

$$(y + 1)^2 = 4$$

$$y_1 = -3 \quad y_2 = 1.$$

Uvrštavanjem u (1) imamo:  $\log_3(3^x - 1) = -3$  i  $\log_3(3^x - 1) = 1$

$$3^x - 1 = 3^{-3} \quad 3^x - 1 = 3^1$$

$$3^x = 1 + \frac{1}{27} \quad 3^x = 1 + 3$$

$$3^x = \frac{28}{27} \quad 3^x = 4$$

Logaritmiranjem po bazi 3, imamo:  $x_1 = \log_3 \frac{28}{27}$  i  $x_2 = \log_3 4$ .

Zbog  $\frac{28}{27} > 1$  i  $4 > 1$  imamo:  $x_1 = \log_3 \frac{28}{27} > 0$  i  $x_2 = \log_3 4 > 0$ .

Dakle, oba ova rješenja pripadaju intervalu  $(0, +\infty)$  pa su i rješenja dane jednadžbe.

#### Zadatak 2.

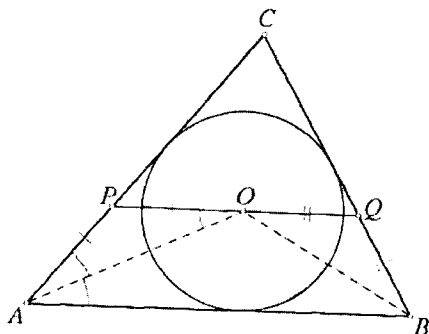
Vrijedi  $\angle BAO = \angle OAP$  (simetrala kuta);

$\angle BAO = \angle AOP$  (jer je  $OP \parallel AB$ ).

Zbog toga je  $\angle OAP = \angle AOP$  pa je trokut  $AOP$  jednakokrčan i  $|AP| = |PO|$ .

Isto tako je  $|BQ| = |OQ|$ .

Iz  $|AP| + |BQ| = |PO| + |OQ|$  slijedi  $|PQ| = |AP| + |BQ|$ .



### Zadatak 3.

Iz poučka o sinusima  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = k$  dobivamo

$$\sin \alpha = \frac{a}{k}, \sin \beta = \frac{b}{k} \text{ i } \sin \gamma = \frac{c}{k}, \text{ pa je}$$

$$\frac{\sin^2 \beta + \sin^2 \gamma - \sin^2 \alpha}{\sin \beta \sin \gamma} = \frac{\frac{b^2}{k^2} + \frac{c^2}{k^2} - \frac{a^2}{k^2}}{\frac{bc}{k^2}} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc}.$$

Dobivamo, prema uvjetu zadatka da je  $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc} = 1$ , tj. da je  $b^2 + c^2 - a^2 = bc$ .

Po poučku o kosinusu slijedi da je  $2 \cos \alpha = 1$ , tj. da je  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ .

Budući da je  $\alpha \in (0^\circ, 180^\circ)$  mora biti  $\alpha = 60^\circ$ .

### Zadatak 4.

a) Promotrimo sliku na kojoj je prikazan osni presjek zadanih tijela.

Četverokut  $ABCD$  tangencijalni je četverokut, pa je  $2R + 2\rho = 2s$ .

Iz zadane jednadžbe dobiva se da je  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

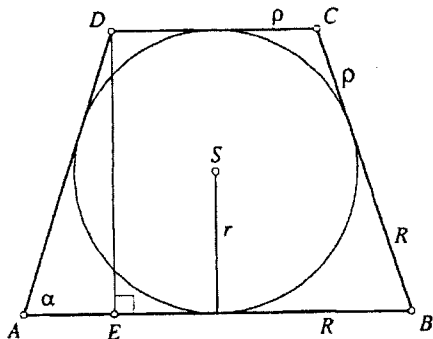
Iz trokuta  $ADE$  dobivamo da je  $\frac{R - \rho}{R + \rho} = \cos \alpha = \frac{1}{3}$ , pa je  $R = 2\rho$  (1)

z istoga je trokuta po Pitagorinu poučku  $4r^2 = s^2 - (R - \rho)^2 = 8\rho^2$  (2)

Iz (1) i (2) dobiva se da je  $\rho = \frac{r\sqrt{2}}{2}$  i  $R = r\sqrt{2}$ , pa je volumen krnjeg stošca

$$V_{ks} = \frac{7r^3\pi}{3}, \text{ a njegovo je oplošje } O_{ks} = 7r^2\pi.$$

$$\text{b) } \frac{V_k}{V_{ks}} = \frac{\frac{4r^3\pi}{3}}{\frac{7r^3\pi}{3}} = \frac{4}{7}, \quad \frac{O_k}{O_{ks}} = \frac{4r^2\pi}{7r^2\pi} = \frac{4}{7}. \text{ Dakle, } \frac{V_k}{V_{ks}} = \frac{O_k}{O_{ks}} = \frac{4}{7}.$$



## IV. RAZRED

### Zadatak 1.

Iz uvjeta zadatka imamo da je  $a + c = 2b$  i  $a^2 c^2 = b^4$ . Iz prve jednakosti je  $a = 2b - c$ . Uvrštavajući u drugu jednakost dobivamo  $(2b - c)^2 c^2 = b^4$ , tj.  $c^4 4bc^3 + 4b^2 c^2 - b^4 = 0$ . (\*)

Pri dijeljenju jednakosti (\*) s  $b^4$  ( $b \neq 0$ , jer bi u suprotnom traženi kvocijent bio neodređen) dobivamo

$$\left(\frac{c}{b}\right)^4 - 4\left(\frac{c}{b}\right)^3 + 4\left(\frac{c}{b}\right)^2 - 1 = 0,$$

što je jednadžba četvrtog stupnja po  $\frac{c}{b}$ , pa imamo

$$\left(\frac{c}{b}\right)^2 \left[ \left(\frac{c}{b}\right)^2 - 4\frac{c}{b} + 4 \right] - 1 = 0, \text{ odnosno}$$

$$\left[ \frac{c}{b} \left( \frac{c}{b} - 2 \right) + 1 \right] \cdot \left[ \frac{c}{b} \left( \frac{c}{b} - 2 \right) - 1 \right] = 0, \text{ odakle dobivamo}$$

$$\frac{c}{b} = 1, \frac{c}{b} = 1 + \sqrt{2}, \frac{c}{b} = 1 - \sqrt{2}, \text{ odnosno}$$

$$q_1 = \frac{c^2}{b^2} = 1, \quad q_2 = \frac{c^2}{b^2} = (1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}, \quad q_3 = \frac{c^2}{b^2} = (1 - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

### Zadatak 2.

Iz poučka o sinusima  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = k$  dobivamo

$$\sin \alpha = \frac{a}{k}, \sin \beta = \frac{b}{k} \text{ i } \sin \gamma = \frac{c}{k}, \text{ pa je}$$

$$\frac{\sin^2 \beta + \sin^2 \gamma - \sin^2 \alpha}{\sin \beta \sin \gamma} = \frac{\frac{b^2}{k^2} + \frac{c^2}{k^2} - \frac{a^2}{k^2}}{\frac{bc}{k^2}} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc}.$$

Dobivamo, prema uvjetu zadatka da je  $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc} = 1$ , tj. da je  $b^2 + c^2 - a^2 = bc$ .

Po poučku o kosinusu slijedi da je  $2 \cos \alpha = 1$ , tj. da je  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ .

Budući da je  $\alpha \in (0^\circ, 180^\circ)$  mora biti  $\alpha = 60^\circ$ .

### Zadatak 3.

Imamo niz ekvivalencija, ako je  $w = x + yi$  i  $x > 1$ :

$$\begin{aligned} 1 - x < 0 &\Leftrightarrow 16(1 - x) < 0 \Leftrightarrow 16(1 - x) + 4x^2 + 4y^2 < 4x^2 + 4y^2 \\ &\Leftrightarrow 4 \left[ (2 - x)^2 + y^2 \right] < 4x^2 + 4y^2 \Leftrightarrow 2\sqrt{(2 - x)^2 + y^2} < \sqrt{(2x)^2 + (2y)^2} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 2|(2-x)-yi| < |2x+2yi| \Leftrightarrow \left| \frac{2-x-yi}{2(x+yi)} \right| < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| \frac{2-(x+yi)}{2(x+yi)} \right| < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{1}{x+yi} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| \frac{1}{w} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| z - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{2}.$$

#### Zadatak 4.

- a) Promotrimo sliku na kojoj je prikazan osni presjek zadanih tijela. Četverokut  $ABCD$  tangencijalni je četverokut, pa je  $2R + 2\rho = 2s$ .

Iz zadane jednadžbe dobiva se da je  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

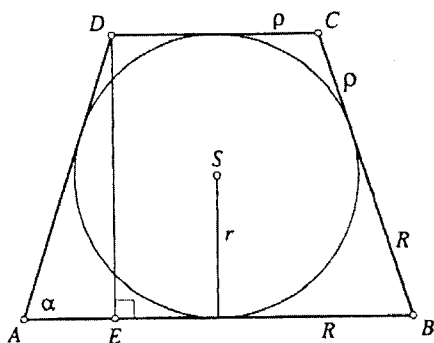
Iz trokuta  $ADE$  dobivamo da je  $\frac{R-\rho}{R+\rho} = \cos \alpha = \frac{1}{3}$ , pa je  $R = 2\rho$  (1)

z istoga je trokuta po Pitagorinu poučku  $4r^2 = s^2 - (R-\rho)^2 = 8\rho^2$  (2)

Iz (1) i (2) dobiva se da je  $\rho = \frac{r\sqrt{2}}{2}$  i  $R = r\sqrt{2}$ , pa je volumen krnjeg stošca

$V_{ks} = \frac{7r^3\pi}{3}$ , a njegovo je oplošje  $O_{ks} = 7r^2\pi$ .

$$\text{b) } \frac{V_k}{V_{ks}} = \frac{\frac{4r^3\pi}{3}}{\frac{7r^3\pi}{3}} = \frac{4}{7}, \quad \frac{O_k}{O_{ks}} = \frac{4r^2\pi}{7r^2\pi} = \frac{4}{7}. \text{ Dakle, } \frac{V_k}{V_{ks}} = \frac{O_k}{O_{ks}} = \frac{4}{7}.$$



### ZADATKE PRIPREMILI

Za II. III. i IV. razred ..... NIKO SUŠAC, prof.  
Za I. razred ..... IVANA MILINKOVIĆ ROSIĆ, prof.

### NATJECATELJSKA KOMISIJA- SŠ

1. NIKO SUŠAC, prof.
2. NIKOLA RAGUŽ, prof.
3. IVANA MILINKOVIĆ ROSIĆ, prof.

**REZULTATI NATJECANJA IZ MATEMATIKE UČENIKA SREDNJIH  
ŠKOLA FEDERACIJE BIH**

**I. RAZRED**

| Osvojeno mjesto | Ime i prezime   | Škola i mjesto                        |
|-----------------|-----------------|---------------------------------------|
| I. mjesto       | Mladen Pejić    | KŠC "Sv.Franjo" Tuzla                 |
| II. mjesto      | Stipe Jurčević  | Gimnazija Marka Marulića Tomislavgrad |
| III. mjesto     | Ivan Bartulović | Franjevačka Klasična gimnazija Visoko |

**II. RAZRED**

| Osvojeno mjesto | Ime i prezime    | Škola i mjesto                               |
|-----------------|------------------|--|
| I. mjesto       | Robert Matičević | KŠC "Sv.Franjo" Tuzla                        |
| II. mjesto      | Karlo Vidović    | Srednja škola Vitez                          |
| III. mjesto     | Lucija Lovrić    | Gimnazija Fra Dominika Mandića Široki Brijeg |

**III. RAZRED**

| Osvojeno mjesto | Ime i prezime   | Škola i mjesto                               |
|-----------------|-----------------|--|
| I. mjesto       | Marko Galić     | Gimnazija Fra Dominika Mandića Široki Brijeg |
| II. mjesto      | Antonio Soldo   | Gimnazija Fra.Grge Martića Mostar            |
| III. mjesto     | Karolina Mlakić | Srednja škola Vitez                          |

**IV. RAZRED**

| Osvojeno mjesto | Ime i prezime     | Škola i mjesto                    |
|-----------------|-------------------|-----------------------------------|
| I. mjesto       | Jakov Konta       | Gimnazija Livno                   |
| II. mjesto      | Tomislav Baškarad | Srednja škola Vitez               |
| III. mjesto     | Ana Bevanda       | Gimnazija Fra.Grge Martića Mostar |

**UČENICI KOJI SU SE PLASIRALI NA NATJECANJE IZ  
MATEMATIKE UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA NA RAZINI BIH**

|           |                          |   |
|-----------|--------------------------|---|
| <b>1.</b> | <b>Mladen Pejić</b>      | <b>KŠC "Sv.Franjo" Tuzla</b>                        |
| <b>2.</b> | <b>Robert Matičević</b>  | <b>KŠC "Sv.Franjo" Tuzla</b>                        |
| <b>3.</b> | <b>Marko Galić</b>       | <b>Gimnazija Fra Dominika Mandića Široki Brijeg</b> |
| <b>4.</b> | <b>Antonio Soldo</b>     | <b>Gimnazija Fra.Grge Martića Mostar</b>            |
| <b>5.</b> | <b>Karolina Mlakić</b>   | <b>Srednja škola Vitez</b>                          |
| <b>6.</b> | <b>Jakov Konta</b>       | <b>Gimnazija Livno</b>                              |
| <b>7.</b> | <b>Tomislav Baškarad</b> | <b>Srednja škola Vitez</b>                          |
| <b>8.</b> | <b>Ana Bevanda</b>       | <b>Gimnazija Fra.Grge Martića Mostar</b>            |
| <b>9.</b> | <b>Sara Šakota</b>       | <b>Gimnazija Fra Dominika Mandića Široki Brijeg</b> |